



TITLE:

乱流中の粒子拡散 (複雑流体の数理))

AUTHOR(S):

金田, 行雄

CITATION:

金田, 行雄. 乱流中の粒子拡散 (複雑流体の数理). 数理解析研究所講究録
1999, 1081: 154-162

ISSUE DATE:

1999-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/62724>

RIGHT:

乱流中の粒子拡散

名古屋大学大学院工学研究科 金田行雄 (Yukio KANEDA)

I. はじめに

流体は個体と違い“流れる”ことができる。この流れ，すなわち流体の運動に伴って物質や運動量，エネルギーが輸送される。とくに，流れが乱流のときその輸送は激しい攪拌あるいは混合を伴い，乱流による拡散（あるいは輸送）は一般に分子的拡散より桁違いに大きい。それ故，自然や工学におけるさまざまな熱や物質の輸送の理解には乱流による拡散の理解が重要となる。乱流拡散は流体が空気や水など比較的単純な運動方程式に従うニュートン流体に限らず，混相流体や砂など非ニュートン流体あるいは複雑流体においても起きる。

乱流拡散は大気や海洋汚染など環境問題や工学の諸分野における実用的興味だけではなく，現象の発展を支配する式の中でランダムな性質が演算子あるいは積の形で現れる，いわゆる multiplicative なランダム過程の典型として数理的側面からも興味ある現象である。例えば，流れ場 \mathbf{u} によって運ばれスカラー場（熱や物質濃度など，それを ϕ とする）の支配方程式としてよく用いられる

$$\frac{D}{Dt}\phi \equiv \frac{\partial \phi}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\phi = \kappa \nabla^2 \phi \quad (1)$$

(κ は分子拡散係数， D/Dt はラグランジュ的時間微分) においてはランダムな場 \mathbf{u} の影響が ϕ に対する掛け算あるいは演算子の形 ($\mathbf{u} \cdot \nabla$) で現れている。このような multiplicative なランダム過程の例としては，(1) に従うスカラー場 ϕ の時間発展以外にも，流体中の微小線要素ベクトルや微小面要素ベクトルの時間発展，さらにランダムな媒質中の音波や電磁波，熱の伝播などの多くの現象がある。

(1) にラグランジュ的時間微分 D/Dt が現れることから予想されるように，乱流中の輸送過程は乱流場のラグランジュ的統計と密接に関わっている。例えば，G.I. Taylor (1921) によって示されたように，乱流中のひとつの流体粒子が，ある時刻 t と t' の間に移動する変位は

$$\Delta \mathbf{x}(t', t) \equiv \mathbf{x}(t') - \mathbf{x}(t) = \int_t^{t'} \mathbf{v}(s) ds \quad (2)$$

で与えられ，それ故

$$\Delta_{ij}(t', t) \equiv \langle \Delta x_i(t', t) \Delta x_j(t', t) \rangle = \int_t^{t'} ds \int_t^{t'} ds' \langle v_i(s) v_j(s') \rangle \quad (3)$$

となる。ここで括弧 $\langle \rangle$ は集団(統計)平均を表し、 $\mathbf{x}(s)$, $\mathbf{v}(s)$ はそれぞれ時刻 s におけるいま考えている粒子のラグランジュ的位置と速度を表すベクトルである。このように、一般に変位の相関を表すテンソル $\Delta_{ij}(t', t)$ は流体粒子のラグランジュ的自己速度相関 $\langle v_i(s)v_j(s') \rangle$ が分かれば求めることができる。

これまで、乱流拡散については実験および理論の両面から多くの研究がなされてきて、さまざまな経験則が知られている。また、とくに一様等方乱流中のそれについては多くの理論的研究がなされてきている。しかしながら、現実の多くの乱流はさまざまな原因、例えば(i)平均流の存在による非等方性、(ii)流体運動を支配するダイナミクスの非等方性、などによって非等方的である。非等方乱流中の乱流拡散については、非常に簡単な場合についてさえも理論的にはよく分かっていない。本稿では、第II節、III節でまず、(i),(ii)それぞれの場合の典型例である、平均流が単純剪断流である場合の乱流中の流体粒子の拡散、および安定成層乱流中の拡散について最近の我々の研究について紹介し、第IV節で乱流中の粒子拡散の解析で重要となるラグランジュ的相関関数の新しい計算法について紹介する。

II. 平均流が単純剪断流である場合の乱流拡散

非圧縮な乱流速度場 \mathbf{u} の平均を $\langle \mathbf{u} \rangle = \mathbf{U}$ とし、その揺らぎ成分を $\tilde{\mathbf{u}}$ 、すなわち

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} + \tilde{\mathbf{u}}, \quad \langle \tilde{\mathbf{u}} \rangle = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

であるとする。今、平均流 \mathbf{U} の特性的な長さのスケールが変動成分 $\tilde{\mathbf{u}}$ のそれに比べて充分大きいとすれば、ある考えている点の周りに \mathbf{U} を空間座標について展開して \mathbf{U} を空間座標の1次関数で近似できる。その際、0次の項(定数項)は適当なガリレイ変換で一般性を失うことなく0とすることができる。ここでは、残りの空間座標の1次関数で表される平均流の中で最も簡単で基本的な例として \mathbf{U} が

$$\mathbf{U} = (Sx_3, 0, 0) \quad (5)$$

で与えられる場合を考える。ただし、 S は場所および時間によらない定数である。

流体とともに動く流体粒子の時刻 t における座標 $\mathbf{x}(t)$ は

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} \equiv \mathbf{v}(t) = \mathbf{u}(\mathbf{x}(t), t) = \mathbf{U}(\mathbf{x}(t)) + \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}(t), t) \quad (6)$$

に従う。時刻0に原点 $\mathbf{x} = 0$ にあった粒子に着目すれば、(6)を時間 t について積分して $\Delta\mathbf{x}(t, 0) = \mathbf{x}(t)$ および $\Delta_{ij}(t, 0) = \langle x_i(t)x_j(t) \rangle$ について(2), (3)と同様の式が得

られる。かなり弱い仮定のもとに少し計算すると、充分大きな t に対して、

$$\langle x_1^2(t) \rangle \sim 2S^2 \int_0^t (t-s) \langle x_3^2(s) \rangle ds,$$

$$\langle x_3^2(t) \rangle = \int_0^t \int_0^t \langle \tilde{v}_3(s) \tilde{v}_3(s') \rangle ds ds',$$

であることが示される (例えば Monin & Yaglom(1975) 参照)。ここで、 $\langle \tilde{v}_i(s) \tilde{v}_j(s') \rangle$ は着目している流体粒子のラグランジュ的二時刻自己速度相関で、 $\langle \tilde{v}_i(s) \tilde{v}_j(s') \rangle \equiv \langle \tilde{u}_i(\mathbf{x}(s), s) \tilde{u}_j(\mathbf{x}(s'), s') \rangle$ で与えられる。

今、乱流場が統計的に定常であるとする。その場合、ラグランジュ場も統計的に定常であり、とくに相関 $\langle \tilde{v}_3(s) \tilde{v}_3(s+\tau) \rangle$ は s によらないと考えるのは一見もっともらしい。(実際、Monin & Yaglom の教科書ではそのように仮定されている。) その仮定を用いれば、簡単な計算によって充分大きな t に対して $\langle x_3^2(t) \rangle \propto t$ であり、

$$\langle x_1^2(t) \rangle \propto t^3 \quad (7)$$

であることが示される。ここで、記号 \propto は時間に依存しない定数を見捨てる、また主要項以外の項も見捨てる意味での等号である。

しかしながら、この定常性の仮定は必ずしも正しくない可能性がある。乱流場のオイラー的統計が定常であって、しかも統計的に一様であっても、平均流がある場合、ある粒子に着目したラグランジュ的時間依存性は統計的定常性を破り得ると考えられる。このことを見るために極端な場合として、統計的に一様で時間的に変化しない (frozen と呼ばれる) 乱流場 $\tilde{\mathbf{u}}$ を考えよう。そのとき、 $\mathbf{r} = \mathbf{x}(s+\tau) - \mathbf{x}(s)$ として $\langle \tilde{v}_3(s) \tilde{v}_3(s+\tau) \rangle = \langle \tilde{u}_3(0,0) \tilde{u}_3(\mathbf{r},0) \rangle$ となる。時刻 0 に原点を出発した流体粒子は時間とともに原点から離れて行き、一般に $\langle x_3^2(s) \rangle$ は時間とともに増大し、その結果として s と $s' = s + \tau$ が大きいほど平均流 \mathbf{U} あるいは 剪断の効果である Sx_3 項の影響が大きくなると予想される。それ故、ベクトル $\mathbf{r} = \mathbf{x}(s+\tau) - \mathbf{x}(s)$ は τ だけでなく s にも依るという意味で統計的に非定常であり、 $\langle \tilde{v}_3(s) \tilde{v}_3(s+\tau) \rangle$ も非定常となると予想される。

このようなラグランジュ的非定常性は、例えば Kraichnan(1970) の提案した Kinematical Simulation(KS) によって検証することができる。この KS は流体の運動を支配するダイナミクスを解いて速度場を求める代わりに、非圧縮性を満たし適当なエネルギースペクトルを持つランダムな速度場を生成し、その仮想的速度場による流体粒子の運動シミュレートする経済的な方法である。我々の研究室における最近の KS によれば、実際乱流場のオイラー的統計が定常であってもある粒子に着目したラグランジュ的時間依存性は統計的定常性を破り、また充分大きな t に対して

$$\langle x_3^2(t) \rangle \propto t^\alpha, \quad \langle x_1^2(t) \rangle \propto t^\beta, \quad (0 < \alpha < 1, \quad 2 < \beta < 3), \quad (8)$$

という結果が得られた。これは (7) と一致しない。

(1) に従うパッシブスカラー場 $\phi(\mathbf{x}, t)$ (パッシブというのは流れ場には影響されるけれども流れ場に影響を及ぼさないという意味である) に対してその平均 $\langle \phi \rangle$ の振る舞いを知るため (1) の平均を取れば、速度場が (4), (5) で与えられる場合、厳密に

$$\frac{\partial \langle \phi \rangle}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \langle \phi \rangle = -\nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{u}} \phi \rangle$$

(ただし、ここで分子拡散係数は無視してある) となる。これまで多くの研究ではいわゆる勾配拡散型のモデル

$$\langle \tilde{u}_i(\mathbf{x}, t) \phi(\mathbf{x}, t) \rangle = -D \frac{\partial \langle \phi(\mathbf{x}, t) \rangle}{\partial x_i}$$

(D は乱流拡散係数と呼ばれる定数) が用いられてきたが、このようなモデルによれば、

$$\langle x_i^2 \rangle \equiv \int x_i^2 \langle \phi(\mathbf{x}, t) \rangle d^3\mathbf{x}$$

として

$$\langle \Delta x_1^2 \rangle \propto t^3, \quad \langle \Delta x_3^2 \rangle \propto t,$$

となる。(例えば Pasquill & Smith(1983) 参照)。それ故、このようなモデルは (7) とは一致するが、(8) を説明するのに不十分である。

III. 強く安定成層した乱流中の鉛直方向の拡散の抑制

成層乱流中では浮力は重力加速度ベクトル \mathbf{g} の方向 (あるいは反平行) にのみ働く。すなわち、流体運動を支配するダイナミクスは非等方的であり、それ故、乱流場は等方的ではあり得ない。これまで、実験や直接数値シミュレーション (DNS) によって、強く安定した (すなわち上の方が平均密度が低く、しかもその平均密度勾配が大きい) 成層乱流では鉛直方向の拡散が強く押さえられることが報告されている。

今、この現象を考えるのに簡単のため平均流がないとする。仮に (3) のラグランジュ的自己速度相関 $L_{33}(s, s+\tau) \equiv \langle v_3(s+\tau)v_3(s) \rangle$ が統計的に定常 (つまり s によらない) であり、しかも L_{33} の特性時間 τ_L より充分大きな τ にたいして L_{33} は充分小さいとすると、(3) から $t \gg \tau_L$ に対して、

$$\Delta_{33}(t, 0) \sim 2\kappa_3 t$$

を得る。ここで x_3 -軸は \mathbf{g} に反平行であり、 κ_3 は

$$\kappa_3 = (u'_3)^2 T_3, \quad ((u'_3)^2 \equiv \langle v_3^2(s) \rangle) \quad (9)$$

で与えられる鉛直方向のいわゆる乱流拡散係数であり, T_3 は

$$T_3 = \int_0^\infty \langle v_3(s+\tau)v_3(s) \rangle d\tau / (u'_3)^2$$

で与えられるラグランジュ的積分時間である.

(9) から考えられる, 鉛直方向の拡散の抑制の一番簡単な説明として, 鉛直方向の速度揺らぎの強さ u'_3 が安定成層乱流中では小さく押さえられていることによると考えることができる. 実際, (9) は 特性積分時間 T_3 が変わらないとすれば拡散係数 κ_3 は u'_3 とともに小さくなることを示している.

(9) から示される拡散の抑制のもう一つの説明の可能性として, T_3 が小さいことによるとも考えられる. 成層乱流において鉛直方向の揺らぎがそれほど抑制されなくても, 仮に水平方向の乱流場の揺らぎが充分大きい, すなわちその平均自乗根 u'_H が鉛直方向の揺らぎの強さ u'_3 より充分大きければ, 次元解析から T_3 は ℓ/u'_H のオーダーの大きさであり, それ故

$$\kappa_3 \sim u_3'^2 \ell / u'_H \quad (10)$$

であることが予想される. ここで, ℓ エネルギーを含む大きな渦の特徴的な長さである. (10) によれば拡散係数 κ_3 は u'_H が大きいほど小さくなる. このことは Vincent, Michaud & Meneguzzi (1996) による数値計算の結果と一致している. 彼らは大きな u'_H に対して拡散係数 κ_3 は u'_H/u'_3 に逆比例するという結果を得ている. (しかしながら, 彼らの計算は速度場だけでなく, スカラー場までが周期境界条件に従うという人工的な制約を受けている. スカラー場がこのような制約を受けない, 我々の最近の Kinematical Simulation によればこのような簡単な逆比例関係は成立していない.)

上の二つの直感的に考えやすい理由に加えて, 最近もうひとつのメカニズムがあり得ることが分かった. それを見るために, 鉛直方向に一様な平均密度勾配 $d\bar{\rho}/dx_3$ があり, 次の Boussinesq 近似

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla \frac{p}{\rho_0} - \tilde{\rho} \mathbf{i}_3 + \nu \nabla^2 \mathbf{u},$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \tilde{\rho} = \kappa \nabla^2 \tilde{\rho} + N^2 u_3,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

に従う統計的に一様な成層乱流を考える. ここで, ν, p はそれぞれ流体の動粘性係数と圧力, $\tilde{\rho}$ は平均密度 $\bar{\rho}(x_3)$ からのずれ ρ' に比例し $\tilde{\rho} = g\rho'/\rho_0$, ρ_0 は基準となる密度, N は $N^2 = -(g/\bar{\rho}_0)(d\bar{\rho}/dx_3)$ で定義される Brunt-Väisälä 振動数である. Boussinesq 近似の方程式は非線形であり, それを解析的に解くのは難しいが, Brunt-Väisälä 振動数 N が非常に大きいとき, 慣性項を無視して近似的に線形化できて簡単に解くことができる.

Hanazaki & Hunt(1996) はその近似 (Rapid Distortion Theory; RDT と呼ぶ) が一時刻相関関数に対して良い近似を与え得ることを示した. その RDT は一時刻相関だけでなく, オイラー的二時刻相関関数の計算にも適用できる. 簡単のため, 流体の分子粘性 ν とスカラー (密度) 場の分子拡散係数 κ が等しい, すなわちプラントル数 $Pr = 1$ であり, 初期 ($t = 0$) に密度場の揺らぎと速度場に統計的相関がなかったとすると, RDT は

$$R_{33}(t, 0) \equiv \langle u_3(\mathbf{x}, t) u_3(\mathbf{x}, 0) \rangle = \int d\mathbf{k} e^{-\nu k^2 t} \hat{R}_{33}(\mathbf{k}, 0) \cos(Nt \sin \theta) \quad (11)$$

を与える. ここで $u_3(\mathbf{x}, t)$ は x_3 方向の場所 \mathbf{x} におけるオイラー的速度であり, $\hat{R}_{33}(\mathbf{k}, 0)$ は初期の相関 $\langle u_3(\mathbf{x} + \mathbf{r}, 0) u_3(\mathbf{x}, 0) \rangle$ の \mathbf{r} に関するフーリエ変換, \mathbf{k} は波数ベクトル, θ は $-\mathbf{g}$ と \mathbf{k} との間の角である. (11) の θ 積分は一般に

$$I(t) = \int_0^1 f(\xi) \cos(Nt\xi) d\xi$$

の形にできる. ここで $\xi = \sin \theta$ であり, f は初期の速度相関スペクトル $\hat{R}_{33}(\mathbf{k}, 0)$ によって決定される. もし, $\xi = 0$ の近傍で $f(\xi) \sim \xi^n$ なら, $I(t)$ は粘性 ν が 0 でも, 大きな t で

$$I(t) \propto t^{-(n+1)} \quad (12)$$

のように減衰する.

(11) はオイラー的二時刻相関 $R_{33}(t, 0)$ が粘性 ν が 0 でも減衰することを示している. また, その右辺の被積分関数はそれぞれの \mathbf{k} について考えれば, \mathbf{k} の向き θ によって決まる固有の振動数で振動はするけれど, 時間的に減衰していない. しかしながら, 積分全体はそれぞれの \mathbf{k} にが違った振動数 (あるいは, 時間を固定すれば違った位相) を持っているので, それらを足しあわせることによってお互いにうち消し合い, 積分全体として (12) に見られるように減衰する. このような減衰の機構をここでは位相混合と呼ぶことにする. このように個々の要素は減衰しないが全体としてあるいは何らかの平均をとれば減衰を示すという意味で, この位相混合はランダムな振動子の集まりと似ている. 例えば, b を平均が 0 のランダムな数とし, 振動子 $\cos bt$ の集まりでは個々の振動子は減衰しないがその平均 $\langle \cos bt \rangle$ は適当な緩い仮定のもとに $t \rightarrow \infty$ で 0 になることが示される. このようなランダムな振動子の集団の示す集団としての減衰に似たものは乱流の統計理論で stochastic relaxation として知られている.

もちろん, 乱流拡散において重要となるラグランジュ的相関はオイラー的相関とは違うので, 上の議論は直接ラグランジュ的相関には使えない. しかし, Corssin の仮説と呼ばれるある近似を用いれば, ラグランジュ的相関とオイラー的相関との間にある関係が導かれ, それによってラグランジュ的自己速度相関および鉛直方向の流体粒子の平均二乗分散 $\langle x_3^2(t) \rangle$ を見積もることができる. この Corssin の仮説と上に述べた

RDTに基づく近似は、 N が大きいとき DNS とよく合う結果を与え、上に述べた位相混合によってラグランジュ的自己速度相関が減衰し、その結果鉛直方向の拡散が抑制されることを示唆している。その近似によれば N が大きいとき、 t の増加とともに $\langle x_3^2(t) \rangle$ は $1/N^2$ のオーダーの大きさに漸近していく。これは Kimura & Herring(1996) による DNS および我々の最近の DNS における観察と一致する。(詳しくは Kaneda & Ishida 参照。) また、その大きさは初期の速度場と密度場のスペクトルに依存性しており、その依存性は乱流場のスペクトル情報を適切に取り入れることで説明できるが、これまでの乱流のモデリングによく用いられてきた一点完結近似(それらは流体の単位質量あたりのエネルギーやエネルギー散逸量などスペクトルの適当な重みつき積分量のみで現象をモデル化する)では、このような依存性を表現するのは困難である。

IV. 乱流場の時間べき展開と Padé 近似

上に見たように、ラグランジュ的速度相関は乱流拡散現象において基本的な役割を果たす。しかしながら、ラグランジュ的な物理量はオイラー的物理量に比べて実験的に測定しにくく、また数値的にも計算しにくい。それ故、効率的にラグランジュ的統計量を評価する計算手法の開発が重要となる。

ここではそのような方法のひとつとして、ラグランジュ場の時間べきによるテイラー展開に基づく方法を紹介する。今、 $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t_0; t+t_0)$ を時刻 t_0 に場所 \mathbf{x} にいた流体粒子の時刻 $t+t_0$ における速度とし、その t のべきによる展開を

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t_0; t+t_0) = \sum_n \frac{t^n}{n!} \mathbf{v}^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (13)$$

と書く。ここで、上つき添え字 $^{(n)}$ は時刻 t_0 における時間についての n 階微分を表す。 $t' = t$ においては一般化されたラグランジュ場 the $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t'; t)$ はオイラー的速度場 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ に等しい。展開 (13) から、例えば、ラグランジュ的相関 R_L の展開

$$R_L(t+t_0, t_0) \equiv \langle \mathbf{v}(\mathbf{x}, t_0; t+t_0) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}, t_0; t_0) \rangle = \sum_n \frac{t^n}{n!} c_L^n \quad (14)$$

を得ることができる。ここで、

$$c_L^n \equiv \langle \mathbf{v}^{(n)}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_0) \rangle$$

である。係数 $c_L^{(n)}$ を $n=0$ から $n=N$ まで計算できたとすると、それから Padé 近似

$$R_L(t+t_0, t_0) \approx P_{[K/M]}(t) \equiv P_K(t)/P_M(t) \quad (15)$$

を作ることができる。ここで、 $P_I(t)$ は t について I 次の多項式で、 $K + M = N$ である。流体運動を支配する方程式、境界条件、そして $t = 0$ における場 $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t_0; t_0) = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_0)$ が与えられれば係数の場 $\mathbf{v}^{(n)}$ は原理的には決定できる。

実際にはもし、オイラー場の時間微分を計算する数値計算用コード（例えば、ナビエ・ストークス方程式に従う流体の場合、慣性項、圧力項、粘性項、外力項の計算コード）があればそれを利用して、任意の初期速度場のデータにたいして係数場 $\mathbf{v}^{(n)}$ を $n = 0, 1, 2, \dots$ と順に逐次に計算できることが示される。このように得られた係数をもとに、ラグランジュ的自己速度相関の Padé 近似 (15) を作り DNS の結果と比較した結果、その Padé 近似は $N = 6$ 程度でも DNS とよくあうことが分かった (Kaneda, Gotoh & Ishihara(1998))。

このような Padé 近似の方法はラグランジュ的自己速度相関だけではなく、二粒子の相対拡散に重要な役割をはたすラグランジュ的二点二時刻相関

$$R(\mathbf{r}, \tau; \mathbf{x}, t) \equiv \langle \mathbf{v}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \tau) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \rangle$$

の計算にも応用できる。 $R_{ij}(\mathbf{r}, \tau; \mathbf{x}, t)$ を \mathbf{r} についてフーリエ変換したものを $\hat{R}_{ij}(\mathbf{k}, \tau)$ とし (変数 (\mathbf{x}, t) は略す)、(14) と同じく t のべきに展開したものを

$$\hat{R}(\mathbf{k}, \tau) = \sum_n \frac{\tau^n}{n!} \hat{c}_L^n(\mathbf{k}) \quad (16)$$

と書くと、この係数を \hat{c} を (14) と同様に (13) から求め Padé 近似を作ることができる。最近の DNS との比較によれば、そのラグランジュ的二点二時刻相関に対する Padé 近似もラグランジュ的自己速度相関の Padé 近似と同様 DNS とよく一致することが分かった (文献 [3])。

一般に計算機の記憶容量、計算速度の制約から、(13) の展開係数場 $\mathbf{v}^{(n)}(\mathbf{x})$ を高次まで数値的に求めるのは難しいが、低次のものは比較的簡単に計算でき、それから相関関数の特性時間の大きな見積もりを得ることができる。とくに、(16) における τ の 0 次と 2 次の係数の比から $\hat{c}^0(\mathbf{k})/\hat{c}^2(\mathbf{k}) \equiv \tau_L^2$ と定義される時間スケール τ_L は τ が小さいところでの $\hat{R}(\mathbf{k}, \tau)$ の特徴的時間スケールを与え、ラグランジュ的マイクロ時間スケールと呼ばれる。最近の我々の一様等方性乱流の大規模 DNS (格子点数 512^3) データを利用した解析によればこのマイクロ時間スケールは、いわゆる慣性小領域で波数 k とともに $\tau_L \propto k^{-2/3}$ のようにスケールし、一方対応するオイラー的相関のマイクロ特性時間 τ_E は $\tau_E \propto k^{-1}$ のようにスケールするという結果が得られた (文献 [3])。このことは、乱流の統計理論の立場から予想されていたことではあるが、これに矛盾する乱流モデルや理論が多くの文献で見られ、またこのことの実験的検証も難しく、DNS による検証の待たれていたものである。

本稿は我々の研究グループ（石原卓，石田隆城，荻村章司，後藤浩二，山崎陽介と金田）の乱流拡散に関する最近の研究のいくつかを紹介したものであり，The Third International Conference on Fluid Mechanics (1998, Beijing, China) の Proceedings 原稿を基に手を加えたものである．本研究は文部省科学研究費補助金，および学術振興会未来開拓事業（計算科学プロジェクト－地球規模流動現象解明のための計算科学）による助成を受けて行われた．ここに記して謝意を表したい．

参考文献

- [1] HANAZAKI, H. & HUNT, J.C.R., 1996, *J. Fluid Mech.*, **318**;303-337.
- [2] KANEDA, Y., GOTOH, K. & ISHIHARA, T., 1998, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **67**;1075-1078.
- [3] KANEDA, Y., GOTOH, K. & ISHIHARA, T., submitted.
- [4] KANEDA, Y. & ISHIDA, T., submitted.
- [5] KIMURA, Y. & HERRING, J.R., 1996, *J. Fluid Mech.*, **328**;253-269.
- [6] KRAICHNAN, R.H., 1970, *Phys. Fluids*, **13**;22-31.
- [7] MONIN, A.S. & YAGLOM, A.M., 1975, *Statistical Fluid Mechanics*, MIT Press (Massachusetts).
- [8] PASQUILL, F. & SMITH, F.B., 1983, *Atmospheric Diffusion*, Ellis Horwood Ltd. (West Sussex).
- [9] TAYLOR, G.I., 1921, *Proc. Lond. Math. Soc.*, **20**;196-212.
- [10] VINCENT A., MICHAUD G. & MENEGUZZI M., 1996, *Phys. Fluids*, **8**;1312-1320.